LA FONCTION DE PRODUCTION AGREGEE :
ENCORE UNE NOTION INUTILE ET TROMPEUSE

« *Admettre l'existence d'une fonction de production agrégée demande de mettre en veille son sens critique* »
Robert Solow

Résumé La fonction de production agrégée de la macroéconomie est le résultat d'une identité comptable et de particularités des données. Sans intérêt théorique ni pratique, source de méprise, elle devrait être bannie de l'enseignement (et de la recherche).

La fonction de production agrégée est omniprésente en macroéconomie : modèle de croissance de Solow, modèle « offre globale, demande globale », modèles à « agent représentatif », *etc.* Sans fondement théorique, elle est généralement justifiée par son adéquation aux données, du moins dans certaines circonstances. Robert Solow a ainsi obtenu des corrélations supérieures à 0,98 dans le cas des Etats Unis, en testant, selon lui, la relation dite « de Cobb-Douglas » : $Q = AL^a K^{1-a}$. En réalité, Solow teste la relation $V = AL^a J^{1-a}$, où V et J désignent les *valeurs* des agrégats « produit » Q et « capital » K d'un pays (en l'occurrence les USA). Or, ces valeurs sont reliées par l'identité comptable $V \equiv wL+rJ$: le produit V (revenu total) est réparti entre revenus du travail wL et du capital rJ. En outre, les données utilisées par Solow ont une propriété particulière (qualifiée de « fait stylisé ») : les parts du travail et du capital dans le revenu y sont (quasi) constantes. Le résultat de Solow s'explique alors par l'existence de ces deux relations et non par celle d'une fonction liant Q, L et K.

En effet, des relations :

(1) $V \equiv wL+rJ$ (identité comptable)

(2) $wL = aV$ avec a constant (« fait stylisé »)

on déduit que : (3) $rJ = (1-a)V$.

L'expression $(wL)^a(rJ)^{1-a}$ peut alors être développée de deux façons différentes

. $(wL)^a (rJ)^{1-a} = w^a L^a r^{1-a} J^{1-a}$ (trivial)

. $(wL)^a (rJ) = (aV)^a [(1-a)V]^{1-a}$ (découle de (2) et (3))

$= a^a (1-a)^{1-a} V.$

En égalisant ces deux développements, il vient :

(4)
$$V = \frac{w^a L^a r^{1-a} J^{1-a}}{a^a (1-a)^{1-a}}$$
$$= \left(\frac{w}{a}\right)^a \left(\frac{r}{1-a}\right)^{1-a} L^a J^{1-a}$$
$$= A\, L^a J^{1-a}$$ (relation de Cobb Douglas).

en posant $Aj = \left(\frac{w}{a}\right)^a \left(\frac{r}{1-a}\right)^{1-a}$.

En résumé

$$\begin{cases} V \equiv wL + rJ & \text{(identité comptable)} \\ wL/V = a & \text{(« fait stylisé »)} \end{cases} \Rightarrow V = A\,L^a J^{1-a} \quad \text{(Cobb Douglas).}$$

Le « bon » ajustement par Solow d'une fonction de Cobb-Douglas s'explique donc par l'existence d'une identité comptable et d'une particularité de ses données[1].
On peut noter que le terme A – censé exprimer « le progrès technique » ou la « productivité globale des facteurs » – dépend de variables comme le salaire w, le taux de rémunération du capital r et la part de travail et capital dans le revenu total, qui sont bien plus représentatives des rapports de force dans la société que de la « technologie ».

Jusqu'à quand va-t-on imposer aux étudiants de fastidieux cours de mathématiques sur les propriétés des fonctions de production (fonctions homogènes de degré 1) qui ne sont qu'un trompe l'œil et qui les induisent de façon erronée à voir des indicateurs techniques, de croissance ou autre, là où il n'y en a pas ?

[1] A condition de procéder comme Solow en éliminant au préalable les fluctuations du terme A, que Solow attribue, de façon erronée, au progrès technique.